# Лабораторный практикум 7. Кривые второго порядка.

Загрузите необходимые библиотеки:

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

from sympy import \*

## Построение кривых второго порядка и их параметры

### Эллипс

Каноническое уравнение эллипса:

Параметрическое уравнение эллипса:

**Пример 1.** Построить эллипс Используем параметрическое уравнение:

a = 3

b = 2

t = np.arange(0, 2\*np.pi, 0.01)

x = a\*np.cos(t)

y = b\*np.sin(t)

plt.plot(x, y, lw=2)

plt.ylabel('$y$')

plt.xlabel('$x$')

plt.grid()

plt.show()

Параметры эллипса: величины полуосей, эксцентриситет, координаты фокусов, фокальное расстояние можно найти соответственно с помощью методов: ***.hradius, .vradius, eccentricity, .foci, .focus\_distance***. Создание эллипса – функция ***Ellips*()**. Для создания эллипса достаточно указать его центр и полуоси или центр, одну полуось и эксцентриситет. Уравнение эллипса – метод ***.equation*()**. Параметрическое уравнение – метод **.*arbitrary\_point*()**. Площадь эллипса – метод ***.area***.

# Эллипс с центром в начале координат и полуосями 3 и 2

e1 = Ellipse(Point(0, 0), 3, 2)

e1.equation()

Параметры данного эллипса:

#Эксцентриситет

e1.eccentricity

# Площадь эллипса

e1.area

**Упражнение 7.1.** Построить эллипс с центром в точке (3,1), горизонтальной полуосью, равной 3, и эксцентриситетом, равным . Нанести на рисунок центр эллипса и его фокусы. Найти все параметры эллипса и его параметрическое и каноническое уравнения.

e2 = Ellipse(Point(3, 1), hradius=3, eccentricity=Rational(4, 5))

### Парабола

Каноническое уравнение параболы:

**Пример 2.** Построить параболу .

# Выразим у через х: y=+-sqrt(2x)

plt.subplot(2,1,1)

x = np.arange(0, 8, 0.01)

y1 = np.sqrt(2\*x)

y2 = -np.sqrt(2\*x)

plt.plot(x, y1, lw=2,color='r')

plt.plot(x, y2, lw=2,color='r')

plt.grid()

plt.show()

Или

# Выразим х через у: x=y^2/2

plt.subplot(2,1,2)

y = np.arange(-4, 4, 0.01)

x = y\*\*2/2

plt.plot(x, y, lw=2,color='r')

plt.grid()

plt.show()

Параметры параболы: фокус, фокальное расстояние, эксцентриситет, директриса, ось симметрии могут быть найдены соответственно с помощью методов: ***p\_parameter*,** ***.focus, focal\_length, eccentricity, directrix, .axis\_of\_symmetry***. Создание параболы – функция ***Parabola*()**. Для создания параболы достаточно указать ее фокус и директрису (две точки). Уравнение параболы – метод **.*equation*()**.

**Упражнение 7.2.** Построить параболу с фокусом в точке (0,0) и директрисой :

p1 = Parabola(Point(0, 0), Line(Point( , ), Point( , )))

Нанести на рисунок фокус параболы и директрису. Найти все параметры и каноническое уравнение.

### Гипербола

Каноническое уравнение гиперболы:

Параметрические уравнения гиперболы:

**Упражнение 7.3.** Построить кривую , ее асимптоты и фокусы.

**Упражнение 7.4.** Найти параметрический вид кривой . Построить эту кривую (возьмите ). Показать, как меняются координаты точки в зависимости от параметра *t*.

Для нахождения точек пересечения кривых используется, уже знакомый нам из практикума 4, метод .*intersection*().

**Пример 3.** Найти точки пересечения параболы и прямой .

p = Parabola(Point(0,0), Line(Point(1, -2), Point(-1,-2)))

p.intersection(Line(Point(-7, 3), Point(12, 3)))

**Упражнение 7.5.** Найти точки пересечения параболы и эллипса . Сделать рисунок. Нанести на рисунок полученные точки.

## Приведение уравнений к каноническому виду

Общее уравнение второй степени относительно прямоугольных декартовых координат при повороте координатных осей на угол *α* преобразуется в уравнение , где . Канонический вид кривой получается после выделения полного квадрата в полученном выражении.

**Пример 4.** Определить тип и привести к каноническому виду кривую второго порядка

. Найти фокус и уравнение директрисы.

Выделяем полный квадрат относительно переменной : . Из полученного уравнения видно, что это парабола с вершиной (2,–1) и параметром , ветви направлены влево. Значит, уравнение директрисы: , а фокус (0,–1).

Проверим, с помощью метода *equation*:

p1 = Parabola(Point(0,-1), Line(Point(4, -1), Point(4,1)))

p1=p1.equation()

p1

Чтобы раскрыть скобка используем метод ***expand*()**:

expand(p1)

**Упражнение 7.6.** Определить тип и привести к каноническому виду кривую второго порядка . Найти фокус, фокальное расстояние, эксцентриситет. Сделать проверку.

## Дополнительное задание

Создать программу выделения полного квадрата в выражении . Проверить работу этой программы, используя уравнения из примера 4 и упражнения 7.6.